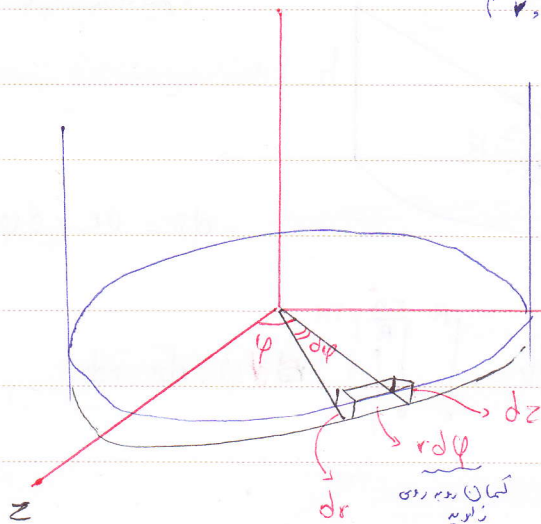


شروع جلسه دوم فیزیک ۱ - دکترا کوهی - ۱۹، ۱۱، ۹۳ (هفته دوم) - ساعت ۱۷:۳۰ - ۱۹:۳۰

بیت انداز: مختصات استوانه‌ای و کروی

✓ مختصات استوانه‌ای:  $(r, \phi, z)$

\* در مختصات استوانه‌ای، مختصات قطبی را سطح مقطع در نظر می‌گیریم.



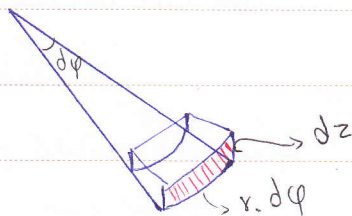
$$dV = r d\phi \cdot dr \cdot dz$$

(ex1) حجم استوانه‌ای به شعاع  $R$  و ارتفاع  $h$  و همچنین مساحت سطح جانبی آن را محاسبه کنید؟  
یعنی استوانه را نیاز به یک دایره  $dV$  داریم.

$$V = \int dV = \int_0^h \int_0^R \int_0^{2\pi} r d\phi \cdot dr \cdot dz = \int_0^h \int_0^R \int_0^{2\pi} d\phi \cdot r dr \cdot dz =$$

$$V = 2\pi \cdot h \cdot \frac{R^2}{2} = \pi R^2 h$$

سطح جانبی:



$$dA = r d\phi \cdot dz$$

$$\Rightarrow A = \int dA = \int_0^h \int_0^{2\pi} R d\phi \cdot dz$$

$$= 2\pi R h$$

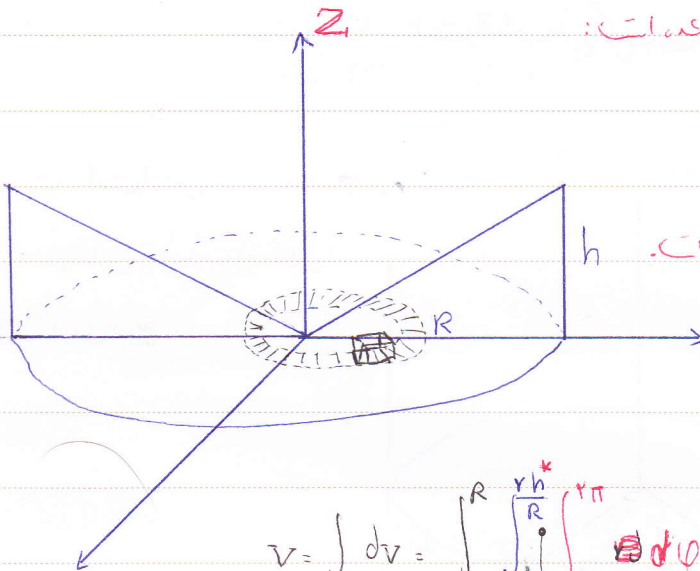
2 ex) مثلث قائم الزاویه ای مطابق شکل حول محور  $z$  دوران داده می شود. حجمی که شکل دوران یافته پوشش می دهد را محاسبه کنید؟

هدف: محاسبه حجم چیزی که ساخته شده است:

بررسی ابعاد حجم:

سوال آیا از مختصات استوانه ای باید استفاده کنیم؟

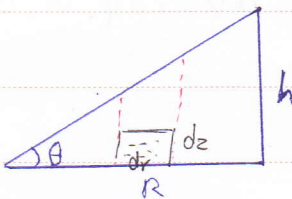
آری - چون به استوانه است که حجمی از آن خارج کرد.



$$dv = dr \cdot r d\phi \cdot dz$$

$\phi$  دور حجم است:

$$V = \int dv = \int_0^R \int_0^{2\pi} \int_0^{\frac{r h}{R}} r dr d\phi dz$$



$$\tan \theta = \frac{z}{r} = \frac{h}{R} \Rightarrow z = \frac{r h}{R}$$

$$V = 2\pi \int_0^R \int_0^{\frac{r h}{R}} dz \cdot r \cdot dr = 2\pi \int_0^R \frac{r h}{R} \cdot r dr = \frac{2\pi h}{R} \frac{R^3}{3} = \frac{2}{3} \pi R^2 h$$

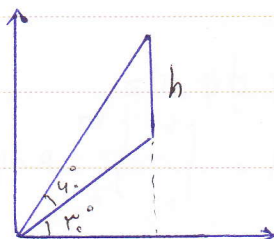
سه از استدلال بیرون نمی آید چون به  $r$  مربوط می شود.

1 exercise) در مسئله ی قبل، مساحت سطح ~~کل~~ را محاسبه کنید؟ کف + سطح جانبی + سطح داخلی

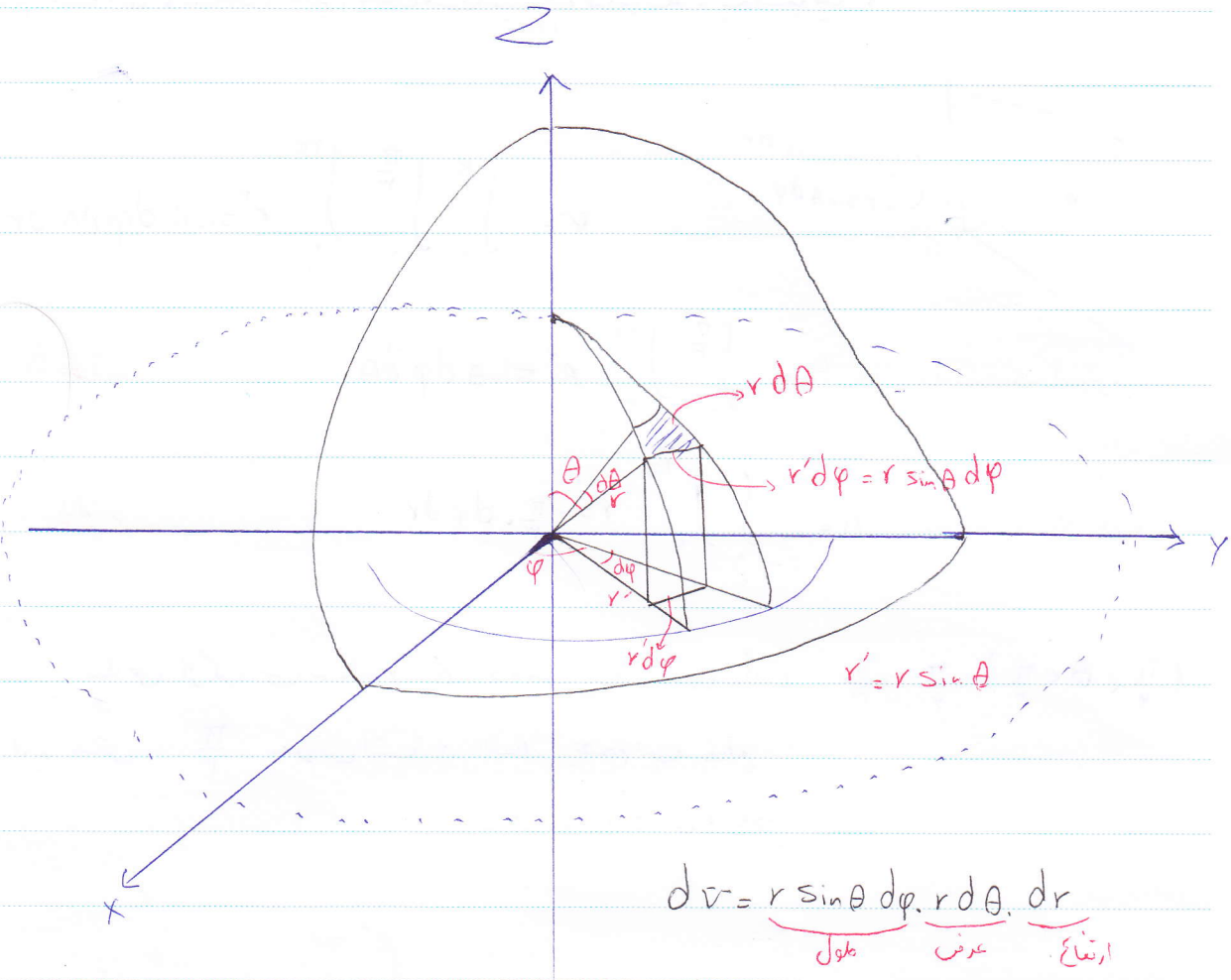
2 exercise) مطابق شکل مثلث نشان داده شده را حول محور  $z$  به اندازه  $90^\circ$  می چرخانیم:

الف) - حجم جسم تولید شده.

ب) - مساحت تمام سطوح تولید شده را محاسبه کنید.



مختصات کروی:  $(r, \theta, \varphi)$



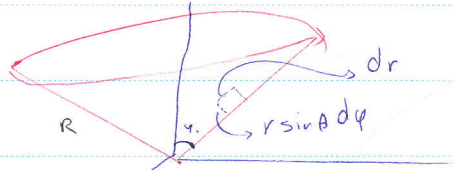
حجم کره ex 1

$$V = \int dv \Rightarrow V = \int_0^R \int_0^\pi \int_0^{2\pi} r^2 \sin \theta d\varphi d\theta dr$$

$$\Rightarrow V = \pi \left[ \cos 0 - \cos \pi \right] \frac{R^3}{3} \Rightarrow V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

(ex 2) قطعی از یک کره به شعاع  $R$  و زاویه ی رأس  $\theta = 90^\circ$  و زاویه ی سمتی  $\varphi$   $2\pi$  را در نقطه ی زیرین.

حجم جسم بدست آمده و مساحت جانبی و مساحت قسمت کردی شکل را محاسبه کنید؟  
(مساحت)



$$V = \int_0^R \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} r^2 \sin\theta \, d\varphi \, d\theta \, dr$$

مساحت رویه کردی :  $A = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{2\pi} R^2 \sin\theta \, d\varphi \, d\theta$  حذف  $dr$

مساحت سطح جانبی :  $A = \int_0^R \int_0^{2\pi} r \sin\frac{\pi}{2} \, d\varphi \, dr$  حذف  $r, d\theta$

(exercise 1) قطعی از کره ای به شعاع  $R$  و محدود بین زاویه ی رأس  $\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}$  و  $\frac{\pi}{4} < \theta < \frac{\pi}{2}$

و باز زاویه ی سمتی  $\varphi$   $\frac{\pi}{2}$  مفروض است : الف - حجم این قطعه

ب - مساحت تمام سطح

پایان جلسه دوم